

УДК 539.142

ЗАРЯДОВЫЕ ФОРМФАКТОРЫ ПРОТОНОВ И НЕЙТРОНОВ В СОЛИТОННОЙ МОДЕЛИ С ДИЛАТОНАМИ-КВАРКОНИЯМИ

Е.Н.Магар, В.А.Николаев, В.Ю.Новожилов, О.Г.Ткачев*

Рассмотрена возможность описания нуклонных электромагнитных формфакторов в рамках обобщенной модели Скирмы с дилатон-кваркониевыми полями. Первоначальный расчет в такой модели приводил к большому расхождению между расчетными формфакторами и дипольной формулой. Здесь мы, сохраняя эмпирические значения постоянной пионного распада и теоретическое значение скирмовской постоянной, приходим к удовлетворительному описанию формфакторов в ограниченной области импульсов, используя приближения доминантности векторных мезонов. Векторные мезоны включались нами только как адронные компоненты в структуре фотона.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Proton and Neutron Charge Form Factors in Soliton Model with Dilaton-Quarkonium Fields

E.N.Magar et al.

Nucleon electromagnetic form factors are considered in the framework of the generalized Skyrme model with dilaton-quarkonium fields. In our first publication we got big discrepancy between calculated form factors and dipole approximation formula. Here we have reasonably good accordance between them in finite impulse region after vector meson dominance has been taken into account. Omega- and rho-mesons have been included into only hadron structure of the photon.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

1. Введение

Решающим преимуществом солитонов в сравнении со всеми другими моделями, где поле точечных фермионов связано с мезонами или калибровочными полями, заключается в том, что уже в лидирующем классическом приближении пространственная структура бариона, как объекта конечных размеров, следует прямо из эффективного действия. Поэтому и формфакторы непосредственно получаются из основных уравнений модели. Измерение наблюдаемых в опыте электромагнитных формфакторов нуклонов дает почти непосредственную проверку вычисляемых в модели функций.

*Санкт-Петербургский государственный университет

Настоящая работа посвящена нашим недавним расчетам электрических формфакторов нуклонов в обобщенной модели Скирма. Обобщенная модель Скирма включает в динамику кирального солитона дилатон-кваркониевое скалярное поле. Так обобщенная модель позволяет воспроизвести экспериментальное значение массы нуклона при известных наблюдаемых в мезонном секторе значениях постоянных — пионного распада F_π и безразмерной скирмовской постоянной $\rho \rightarrow 2\pi$, имеющей смысл постоянной взаимодействия [1]. Интерпретация же электромагнитных формфакторов протонов и нейтронов встречается с известными трудностями. Размер нуклона оказывается слишком малым при этих значениях постоянных F_π и e , и расчетные кривые очень далеко уходят от дипольной кривой, приблизительно воспроизводящей экспериментальные данные.

Рассматриваемая обобщенная модель Скирма, сформулированная в [2] методом киральной и конформной бозонизации лагранжиана КХД наряду с киральным полем, включает и взаимодействующее с ним скалярное поле дилатонов-кваркониев. В такой модели существенно изменяются свойства топологических солитонов в сравнении с оригинальной моделью Скирма.

Введение дополнительного скалярного поля в эффективный лагранжиан может иметь различную мотивацию. Так, например, в [3] исследовались не зависящие от спина компоненты спин-орбитального взаимодействия. В модели Скирма они имеют правильный (отрицательный) знак в присутствии членов шестого порядка по производным поля. Необходимая величина достигается, если ввести дополнительное скалярное поле по схеме, предложенной в [4—6], а также в [2] и [7]. Есть и чисто теоретическое основание: введение скалярного поля позволяет воспроизвести конформную аномалию — одну из главных характерных черт КХД-лагранжиана.

В SU(2)-секторе можно пренебречь вкладом кварковых массовых членов и построить эффективную теорию, передающую это явление в рамках метода эффективных лагранжианов ценой введения дилатонного поля. Введение скаляра приводит также, как было показано в [8—10], к требуемому сильному притяжению в промежуточной области расстояний нуклон-нуклонного потенциала.

В таком подходе исходной точкой является фермионный интеграл по кварковым полям в низкоэнергетической области. Интеграл конкретизируется конечномодовой регуляризационной схемой, вводящей некоторое обрезание, которое играет, также, роль низкоэнергетической границы. Проведение одновременной киральной и конформной бозонизации дает эффективное действие для обоих — кирального $U(x)$ и дилатонного $\sigma(x)$ — полей. Эти поля входят в эффективное действие в комбинации $U(x) \exp(-\sigma(x))$, как в линейной σ -модели.

Эффективный лагранжиан [2], который является обобщением хорошо известного лагранжиана Скирма, приобретает вид

$$L_{\text{eff}}(U, \sigma) = \frac{F^2}{4} \exp(-2\sigma) \text{Tr} [\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger] + \\ + \frac{N_f F^2}{4} (\partial_\mu \sigma)^2 \exp(-2\sigma) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{128\pi^2} \text{Tr} [\partial_\mu U U^\dagger, \partial_\nu U U^\dagger]^2 - \\
 & \frac{C_g N_f}{48} \left(e^{-4\sigma} - 1 + \frac{4}{\varepsilon} (1 - e^{-\varepsilon\sigma}) \right), \quad (1)
 \end{aligned}$$

где F_π — постоянная пионного распада (93 МэВ), а N_f — число ароматов. Величина глюонного конденсата лежит в интервале значений $C_g = (300 + 400 \text{ МэВ})^4$ [11]. Первые два слагаемых суть кинетические члены кирального и скалярного полей, третий член — скирмовское самодействие кирального поля. Эффективный потенциал скалярных полей, задаваемый последним членом лагранжиана, представляет собой экстраполяцию [2] низкоэнергетического потенциала в область высоких энергий. При экстраполяции использовалось однопетлевое приближение для β -функции Гелл-Манна — Лоу КХД. Параметр ε определяется числом ароматов N_f : $\varepsilon = 8N_f / (33 - 2N_f)$.

2. Нуклон

Обращаясь к барионному сектору, сделаем предположение о форме статических кирального и скалярного полей. Так, для кирального поля примем анзац Скирма — Виттена $U(\mathbf{x}) = \exp[-i\mathbf{n}\mathbf{F}(r)]$, где $\mathbf{n} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$. Удобно ввести новое поле $\rho(x) = \exp(-\sigma(x))$. Тогда массовый функционал в безразмерных переменных $x = eF_\pi r$ имеет вид $M = M_2 + M_4 + V$, где

$$M_2 = 4\pi \frac{F_\pi}{e} \int_0^{+\infty} dx \left[\frac{N_f}{4} x^2 (\rho')^2 + \rho^2 \left(\frac{x^2 (F')^2}{2} + \sin^2 F \right) \right], \quad (2)$$

$$M_4 = 4\pi \frac{F_\pi}{e} \int_0^{+\infty} dx \left(\frac{\sin^2 F}{2x^2} + (F')^2 \right) \sin^2 F, \quad (3)$$

$$V = 4\pi \frac{F_\pi}{e} D_{\text{eff}} \int_0^{+\infty} dx x^2 \left[\rho^4 - 1 + \frac{4}{\varepsilon} (1 - \rho^\varepsilon) \right]. \quad (4)$$

В последних уравнениях скирмовский параметр e равен 2π . Вклад потенциала в массу определяется фактором $D_{\text{eff}} = C_g N_f / 48e^2 F_\pi^4$. Массовый функционал приводит к системе связанных уравнений для функций профиля $F(x)$ и $\rho(x)$:

$$\begin{aligned}
 & F'' [\rho^2 x^2 + 2\sin^2 F] + 2F' x [x\rho\rho' + \rho^2] + (F') \cdot \sin(2F) - \\
 & - \rho^2 \cdot \sin(2F) - \sin(2F) \cdot \sin^2 F / x^2 = 0, \quad (5)
 \end{aligned}$$

$$\frac{N_f}{2} x[x\rho'' + 2\rho'] - 2\rho \left[\frac{x^2(F')^2}{2} + \sin^2 F \right] - 4D_{\text{eff}} \cdot [\rho^3 - \rho^{\varepsilon-1}] = 0, \quad (6)$$

где штрих соответствует производной по x . В окрестности начала координат $F = \pi N - \alpha x$, $\rho = \rho(0) + \beta x^2$, $\rho(0) \neq 0$. Для достаточно больших x функция $F(x) \sim a/x^2$, $\rho(x) \sim 1 - b/x^6 + \dots$

Согласно теореме вириала [12], вклады отдельных членов функционала на решениях системы должны удовлетворять условию

$$M_4 - M_2 - 3V = 0, \quad (7)$$

которое можно использовать для контроля точности численного решения системы. Между численными коэффициентами α и β , a и b существуют нетривиальные связи:

$$b = \frac{1}{2} a^2 / D_{\text{eff}}, \quad (8)$$

$$\beta = \left[\rho(0) \alpha^2 + \frac{4}{3} (\rho^3(0) - 1) D_{\text{eff}} \right] / N_f. \quad (9)$$

Выбранные граничные условия обеспечивают конечность функционала массы при фиксированном значении топологического заряда. Квантование вращательных степеней свободы солитона можно провести, используя метод коллективных переменных [13]. В результате приходим к следующему выражению для массы бариона

$$M_B = M + S(S+1)/(2I), \quad (10)$$

в котором теперь вращательный момент инерции

$$I = \frac{8\pi}{3} (F_\pi e)^{-3} \int_0^\infty dx \sin^2 F [\rho^2 x^2 + (F')^2 x^2 + \sin^2 F]. \quad (11)$$

Некоторые результаты численных расчетов даны в таблице, в которой мы приводим также среднеквадратичный радиус распределения барионного заряда $\langle r_B^2 \rangle$

$$\langle r_B^2 \rangle^{1/2} = \frac{1}{F_\pi e} \left\{ -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty dx x^2 F' \sin^2 F \right\}^{1/2}. \quad (12)$$

Частичное восстановление киральной симметрии в обобщенной модели, что проявляется в сильном отклонении от асимптотического значения $\rho(0) = 1$, обсуждалось в [1]. Там же была получена зависимость спектра ротационных возбуждений нуклона от величины глюонного конденсата в обобщенной модели.

Таблица. Статические свойства нуклона в обобщенной модели Скирма для $F_\pi = 93$, $e = 2\pi$, $C_g = (340 \text{ МэВ})^4$. Для сравнения мы приводим результаты оригинальной модели

| | Обобщ. модель | Модель Скирма |
|-----------------------------|---------------|---------------|
| M | 758 МэВ | 1079 МэВ |
| $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ | 0,42 фм | 0,36 фм |
| M_B | 962 МэВ | 1242 МэВ |

3. Формфакторы зарядовых распределений

Имея в руках выражения для электромагнитных токов, можно вычислить нуклонный электрический и магнитный формфакторы $G_E(q^2)$ и $G_M(q^2)$, в брейтовской системе (в которой фотон не передает энергию):

$$\begin{aligned} \langle N_f \left(\frac{\mathbf{q}}{2} \right) | J_0(0) | N_i \left(-\frac{\mathbf{q}}{2} \right) \rangle &= G_E(\mathbf{q}^2) \xi_f^+ \xi_i, \\ \langle N_f \left(\frac{\mathbf{q}}{2} \right) | \mathbf{J}(0) | N_i \left(-\frac{\mathbf{q}}{2} \right) \rangle &= \frac{G_M(\mathbf{q}^2)}{2M_N} \xi_f^+ i\boldsymbol{\sigma} \otimes \mathbf{q} \xi_i. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $|N(\mathbf{p})\rangle$ обозначает нуклонное состояние с импульсом \mathbf{p} , а ξ_i, ξ_f — двухкомпонентные паулиевские спиноры, $\mathbf{q} \equiv$ переданный импульс.

Изоскалярный и изовекторный формфакторы нуклона связаны с протонным и нейтронным:

$$G_{E,M}^{p,n} = G_{E,M}^S \pm G_{E,M}^V$$

с нормировкой

$$G_E^p(0) = 1, \quad G_E^n(0) = 0,$$

$$G_M^p(0) \equiv \mu_p = 2,79, \quad G_M^n(0) \equiv \mu_n = -1,91.$$

Мы уже отмечали малость размера, связанного с распределением плотности барионного заряда в нуклоне, получаемой в модели с дилатонами-кваркониями.

Доминантность векторных мезонов означает, что изоскалярный фотон видит ω -мезонное содержание солитона, а не изоскалярную барионную плотность $B_0(r)$.

Согласно уравнениям модели доминантности векторных мезонов, изоскалярный ток пропорционален плотности ω_μ -поля

$$J_{I=0}^\mu = -\frac{m_\omega^2}{3g} \omega_\mu(r),$$

и соответствующий зарядовый формфактор

$$G_E^S(\mathbf{q}^2) = -\frac{m_\omega^2}{3g} \int d^3r \exp i\mathbf{q}\mathbf{r}\omega(r).$$

Статическое поле $\omega(r)$ удовлетворяет уравнению

$$(\nabla^2 - m_\omega^2) \omega(r) = \frac{3g}{2} B(r) = -\frac{3gF'(r)}{4\pi r^2} \sin^2 F(r).$$

Отсюда

$$G_E^S(\mathbf{q}^2) = -\frac{1}{2} \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 + \mathbf{q}^2} 4\pi \int dr r^2 B_0(r) j_0(qr).$$

Таким образом, эффективная изоскалярная нуклонная плотность равна барионной зарядовой плотности $B_0(r)$, умноженной на ω -мезонный пропагатор.

Изовекторные электромагнитные формфакторы, очевидно, имеют подобную структуру:

$$G_E^V(\mathbf{q}^2) = -\frac{1}{2} \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 + \mathbf{q}^2} F_E^V(\mathbf{q}^2),$$

где F_E^V — скирмионный формфактор.

Отметим, что, поступая описанным выше образом, мы отказываем ω - и ρ -мезонным полям в самостоятельной динамике. Источником этих полей считаются соответствующие скирмионные плотности. Роль явного учета векторных мезонов в электромагнитных формфакторах σ -модели обсуждалась в [16], а роль квантовых поправок к вычисляемым барионным характеристикам в киральных солитонных моделях — в [17].

Приведем результаты расчетов электромагнитных формфакторов нуклонов. Изоскалярная плотность электрического заряда скирмиона совпадает с плотностью барионного заряда, а для изовекторной плотности скирмиона нетрудно получить следующее выражение

$$\rho^V(x) = \sin^2 F(x) [x^2 \rho^2(x) + (F'(x))^2 x^2 + \sin^2 F(x)]. \quad (14)$$

Расчет формфакторов производился с нарушающим киральную симметрию лагранжиана членом

$$\mathcal{L}_\pi = \frac{1}{4} m_\pi^2 F_\pi^2 e^{-3\sigma} \text{Tr} \left[U + U^\dagger - \frac{3}{2} e^{-\sigma} \right]. \quad (15)$$

Полученные теоретические формфакторы качественно воспроизводят экспериментальные (см. рис.1—4).

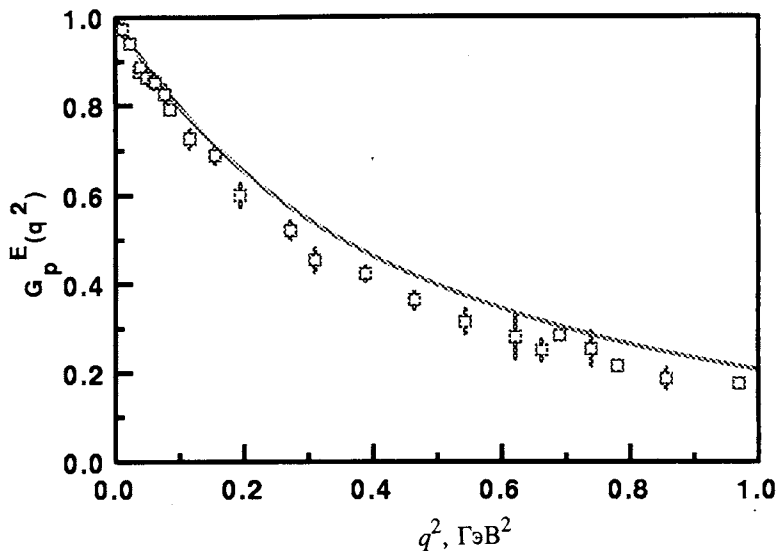


Рис.1. Электрический формфактор протона $F_\pi = 93$ МэВ, $e = 2\pi$ и $N_f = 2$, $C_g = (300 \text{ МэВ})^4$, $m_\pi = 139$ МэВ. Экспериментальные данные взяты из [15]

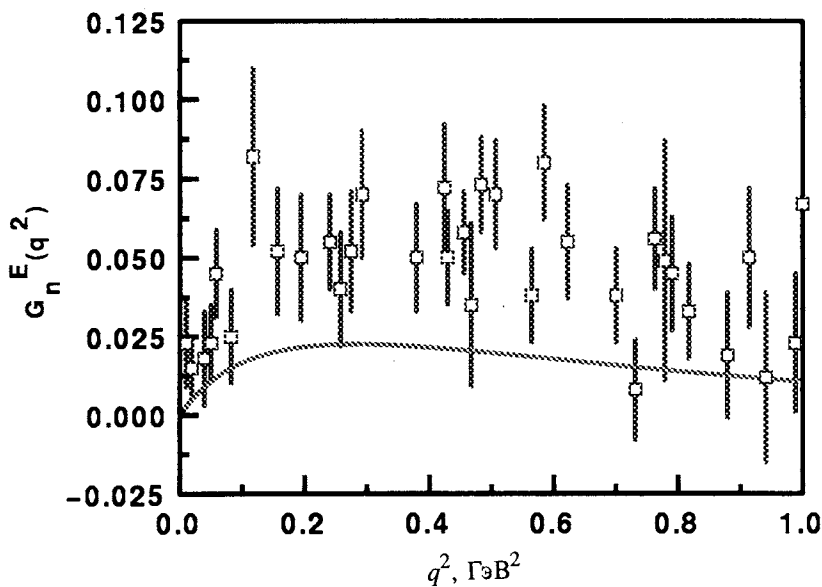


Рис.2. Электрический формфактор нейтрона $F_\pi = 93$ МэВ, $e = 2\pi$ и $N_f = 2$, $C_g = (300 \text{ МэВ})^4$, $m_\pi = 139$ МэВ. Экспериментальные данные взяты из [15]

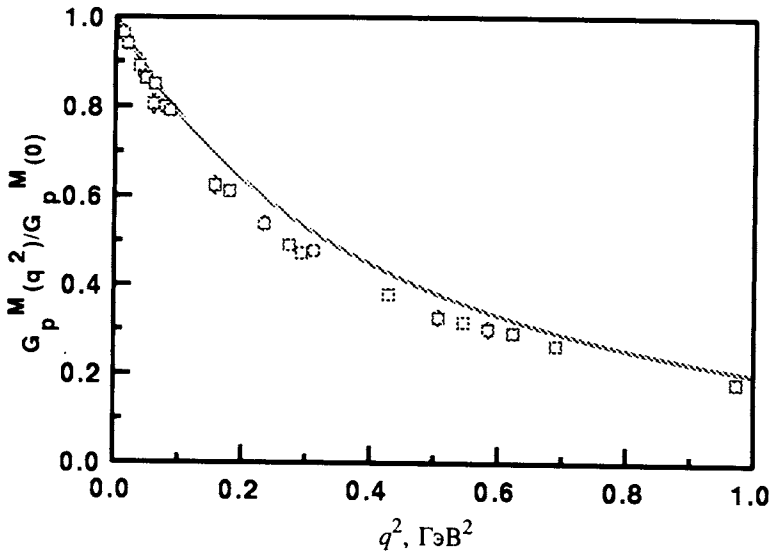


Рис.3. Магнитный формфактор протона $F_\pi = 93$ МэВ, $e = 2\pi$ и $N_f = 2$, $C_g = (300 \text{ МэВ})^4$, $m_\pi = 139$ МэВ. Экспериментальные данные взяты из [15]

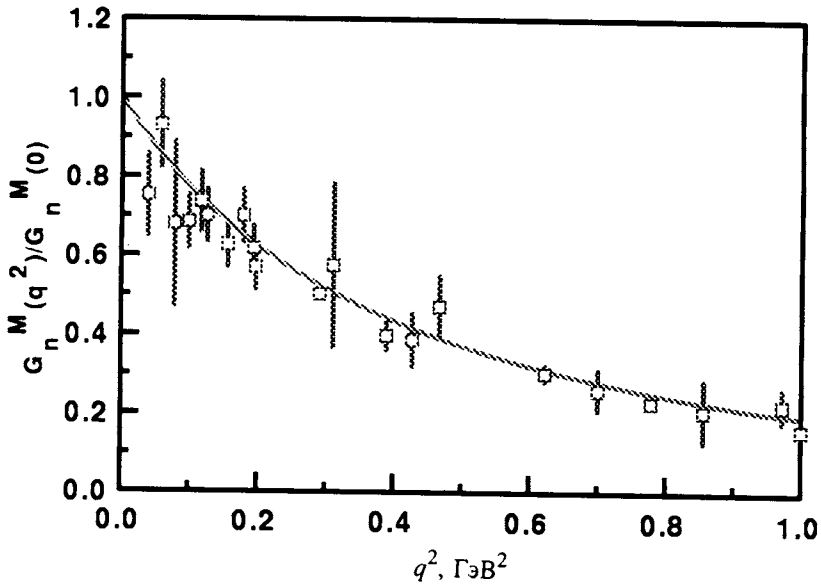


Рис.4. Магнитный формфактор нейтрона $F_\pi = 93$ МэВ, $e = 2\pi$ и $N_f = 2$, $C_g = (300 \text{ МэВ})^4$, $m_\pi = 139$ МэВ. Экспериментальные данные взяты из [15]

4. Заключение

В настоящей работе мы рассмотрели возможность описания нуклонных электромагнитных формфакторов в рамках обобщенной модели с дилатон-кваркониевыми полями. Первоначальный расчет [1] в такой модели приводил к большому расхождению между расчетными формфакторами и дипольной формулой. Здесь мы, сохраняя эмпирические значения постоянной пионного распада и теоретическое значение скирмовской постоянной, приходим к удовлетворительному описанию формфакторов в ограниченной области импульсов, используя приближение доминантности векторных мезонов. Векторные мезоны включались нами только как адронные компоненты в структуре фотона. Таким образом векторным мезонам было отказано в возможных проявлениях в динамике самих киральных солитонов. В таком подходе неявно предполагается, что роль векторных мезонов в динамике солитонов учитывается членами с высшими производными в эффективном лагранжиане [14]. Так, роль ρ -мезонов учитывается скирмовским членом, роль ω -мезона должна была бы учитываться членами шестого порядка по производным в расчетах формфакторов при больших передачах.

Литература

1. Nikolaev V., Tkachev O., Novozhilov V. — *IL NUOVO CIMENTO*, 1994, 107A(12), p.2637.
2. Andrianov A.A. et al. — *Phys. Lett.*, 1987, B186(3,4), p.401.
3. Riska D.O., Schwesinger B. — *Phys. Lett.*, 1989, B229, p.339.
4. Gomm M. et al. — *Phys. Rev.*, 1986, D33(3), p.801.
5. Gomm M. et al. — *Phys. Rev.*, 1986, D33(11), p.3476.
6. Jain P., Jonson R., Schechter J. — *Phys. Rev.*, 1987, D35(7), p.2230.
7. Andrianov A.A., Novozhilov Yu.V. — *Phys. Lett.*, 1988, B202, p.580.
8. Lacombe M. et al. — *IPN Orsay preprint 87-28*, 1987.
9. Yabu H., Schwesinger B., Holzwarth G. — *Phys. Lett.*, 1989, B224, p.25.
10. Mashaal M., Phom T.N., Truong T.N. — *Phys. Rev.*, 1986, D34, p.3484.
11. Novikov V.A. et al. — *Nucl. Phys.*, 1984, B237, p.525.
12. Nikolaev V.A. — In: *Proceedings of the IX International Seminar of High Energy Physics Problems*, v.1, JINR, D1,2-88-652, Dubna, 1988, p.51.
13. Adkins G.S., Nappi C.R., Witten E. — *Nucl. Phys.*, 1983, B228(3), p.552.
14. Rajat K. — *Bhaduri, Lecture Notes and Supplements in Physics: Models of Nucleon*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1988, p.283.
15. Bartel W. et al. — *Nucl. Phys.*, 1973, B58, p.429; Kirk P.N. et al. — *Phys. Rev.*, 1973, D8, p.63; Hanson K. et al. — *Phys. Rev.*, 1973, D8, p.753; Rock S. et al. — *Phys.*

- Lett., 1982, 49, p.1139; Arnold R.G. et al. — Phys. Rev. Lett., 1986, 57, p.174; Bosted P.E. et al. — Phys. Rev., 1990, C42, p.38.
16. Holzwarth G. — Contribution to the Sixth International Symposium on Meson-Nucleon Physics and the Structure of the Nucleon. Blaubeuren/Tuebingen, Germany, 10—14 July, 1995.
17. Meier F., Walliser H. — hep-ph/9602359, Siegen University, Germany, 1996.